

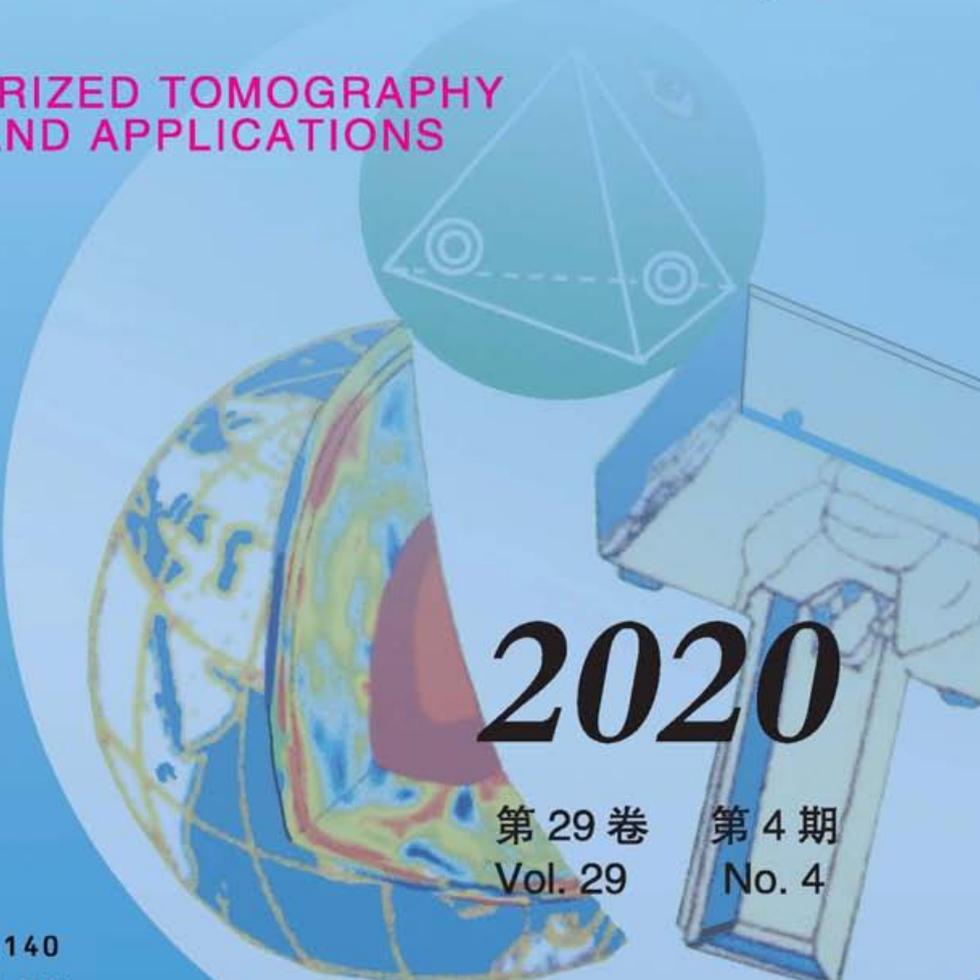
·中国科技核心期刊·

ISSN 1004-4140

CN 11-3017/P

# CT 理论与应用研究

COMPUTERIZED TOMOGRAPHY  
THEORY AND APPLICATIONS



2020

第29卷

第4期

Vol. 29

No. 4

ISSN 1004-4140



9 771004 414209

08>



中国地震局地球物理研究所  
同方威视技术股份有限公司

主办

# CT 理论与应用研究

目次 (2020 年 8 月 第 29 卷 第 4 期)

## •理论与方法•

基于面波频散的三维横波速度方位各向异性层析成像方法……………冯梅, 安美建 (381)

## •新冠 CT•

新型冠状病毒肺炎磨玻璃密度影的 HRCT 特点探讨及解剖病理基础……………  
……………车清林, 高燕军, 冀笑笑, 贾荣荣, 张浪, 白维娴, 吕海蓉 (399)

新型冠状病毒肺炎临床与 CT 诊断特征的初步研究——东莞地区病例分析……………  
……………王刚, 谢浩锋, 郑晓林, 方学文, 余芬芬, 袁焕初, 杜贺钦, 邹玉坚 (407)

新型冠状病毒肺炎首次临床和 CT 特征价值分析……………  
……………曾泥, 何建华, 曾健, 段绪琼, 徐晓梅, 譙捷 (416)

## •地球物理 CT•

基于团簇的岩石动态 CT 图像可视化与结构变形分析……………黄宛莹, 吴江涛, 刘洁 (424)

## •工业 CT•

基于渐进式网络处理的低剂量 Micro-CT 成像方法……………  
……………蔡宁, 王世杰, 陈璐杰, 张谊坤, 陈阳, 罗守华, 顾宁 (435)

基于 CT 安检技术的机场智能旅检通道新探索……………朱涛涛, 王立军 (447)

## •医学成像与图像分析•

计算机辅助评价急性肺栓塞严重度的可靠性研究……………  
……………郝粉娥, 孙振婷, 郭佑民, 赵磊, 刘挨师 (456)

人工智能辅助规培医师对不同大小肺实性结节检出效能的初步研究……………  
……………孙婷婷, 汪琼, 谢梅, 范鸿禹, 张清, 伍建林 (465)

CT 纹理分析对吉非替尼治疗肺腺癌疗效评估的应用……………周林丽, 冯峰 (473)

## •能谱 CT•

双源 CT 冠状动脉造影联合 MMP-10 和 F-ABP 检测对急性心肌梗死诊断价值效能研究…  
……………臧燕伟, 张靖 (481)

## •医学 CT•

CT 高浓度碘对比剂在克罗恩病中的应用效果……………李璐, 申晓俊, 解骞, 梁宗辉 (488)

冠脉 CTA 联合磁共振 T1 mapping 评估 STEMI 患者可挽救心肌的应用价值……………  
……………孙峥, 赵丽, 刘志, 王臣, 张苗, 高艳, 卢洁 (495)

PET/CT 影像辅助 CT 引导下肺穿刺活检的应用……………司海峰, 冯峰, 傅爱燕 (503)

责任编辑: 毛国敏 编辑: 蒋知瑞

期刊基本参数: CN 11-3017/P\*1992\*b\*16\*130\*zh+en\*P\*¥30.00\*1000\*14\*2020-08\*n

冯梅, 安美建. 基于面波频散的三维横波速度方位各向异性层析成像方法[J]. CT 理论与应用研究, 2020, 29(4): 381-397. DOI:10.15953/j.1004-4140.2020.29.04.01.  
FENG M, AN M J. Method on 3D tomography of S-wave velocity azimuthal anisotropy by using surface-wave dispersion curves[J]. CT Theory and Applications, 2020, 29(4): 381-397. DOI:10.15953/j.1004-4140.2020.29.04.01. (in Chinese).

# 基于面波频散的三维横波速度方位 各向异性层析成像方法

冯梅<sup>✉</sup>, 安美建

(中国地质科学院, 北京 100037)

**摘要:** 地震各向异性是反映地球内部介质特性的重要指针之一。常用的横波分裂法和二维面波方位各向异性层析成像方法很难准确反映各向异性随深度的变化。将与周期相关的区域化面波方位各向异性转换成与深度相关的一维横波速度方位各向异性可以弥补深度信息不足的缺陷。现有三维横波速度各向异性研究多是通过两步方法来实现的, 即逐个周期二维面波方位各向异性层析成像以及逐个格点一维横波速度方位各向异性反演。这种分步反演的方式既不利于三维先验约束的引入, 也不利于利用原始观测拟合误差对三维模型进行直接评估。因此本文开发了基于面波频散曲线的三维横波速度方位各向异性层析成像方法, 并编制了相关正演和反演程序。为了检测方法和程序的有效性, 我们对规律分布的三维检测板模型进行了模拟测试。测试结果显示: 该方法可以很好地恢复各向同性波速异常、各向异性相对强度和快波方向等三维结构信息; 而且反演模型相对于参考模型明显改善了对观测数据的拟合, 降低了对观测数据的均方根误差。但对各向同性理论模型进行各向异性反演时, 在波速均匀区可产生小于 0.5% 的假各向异性幅值, 在波速非均匀区该假的各向异性幅值会更大, 浅部可达 3.5%。因此在实际应用中需要谨慎解释(浅部)非均匀区的各向异性结果。

**关键词:** 面波频散曲线; 方位各向异性; 横波速度; 三维层析成像

DOI:10.15953/j.1004-4140.2020.29.04.01      中图分类号: P 315      文献标志码: A

地震各向异性是指地震波穿过地下介质时其弹性特征随方向发生变化的特性。地壳中广泛存在的被液体充填的微裂隙在应力作用下定向排列可能是导致地壳中地震各向异性的原因之一<sup>[1]</sup>。矿晶体、岩性、构造等的定向排列也是导致地壳各向异性的主要原因<sup>[2]</sup>。研究表明地壳快波方向与构造走向和应力方向有明显的相关性<sup>[3-4]</sup>。因此利用地壳波速各向异性可以提取壳内构造展布等地壳变形信息<sup>[5-6]</sup>。在地幔中, 橄榄石晶格优势取向是导致地震波速各向异性的主要原因<sup>[7]</sup>。因此对地幔内地震各向异性的研究有助于提取与板块运动、地幔柱等相关的幔源物质流动和变形等信息, 为大陆动力学研究提供深部约束<sup>[8-11]</sup>。

常见地震波速各向异性由横波分裂法和面波法确定。横波分裂法更早在国内得到更广泛的应用<sup>[12-17]</sup>, 但该方法获取的各向异性很难具体到某个深度。面波各向异性虽然与深度也没有直接关系, 但其与周期相关, 而不同周期的面波通常反映某个深度范围的平均结构。因此面波各向异性分析是揭示地球内部随深度变化的地震各向异性的有效方法。面波各向

收稿日期: 2020-03-20。

基金项目: 国家自然科学基金(41974051; 41574049); 中国地质调查局项目(DD20190010)。

异性又可以分为面波径向各向异性和面波方位各向异性。面波径向各向异性是通过对比由瑞雷 (Rayleigh) 和勒夫 (Love) 面波观测反演确定的垂向和水平偏振的横波速度 ( $V_{SV}$  与  $V_{SH}$ ) 之间的差异而获得的<sup>[18-19]</sup>。面波方位各向异性反映的是瑞雷或勒夫面波群速度或相速度在各向异性介质中对传播方向的依赖性。图 1 给出了面波方位各向异性的原理示意图。如果周期相同的蓝波与红波在各向异性介质中传播相同的距离 (图中所示的 4 个全波长), 但红波花费时间 ( $t_s$ ) 比蓝波花费的时间 ( $t_f$ ) 长, 那么意味着沿方位  $\theta_s$  传播的地震波比沿方位  $\theta_f$  的要慢。面波方位各向异性分析正是通过面波在不同方位之间传播速度反映出差异来反推介质各向异性特征的。对相同数据源, 勒夫波的观测数量和可靠性往往均低于瑞雷波, 且两种面波对横波的敏感度不同, 所以面波径向各向异性分析的可靠性很难把控。同样的原因, 面波方位各向异性研究中更常使用瑞雷波而非勒夫波。

由于面波各向异性与周期密切相关, 人们也通常用长周期面波代表深部结构, 用短周期面波代表浅部结构的共识来定性分析各向异性与深度的关系。但前人研究发现浅部各向异性结构对长周期面波各向异性有不可忽略的影响<sup>[20]</sup>, 所以非常有必要把与周期相关的面波各向异性转换为随深度变化的横波速度各向异性。有研究者<sup>[21-24]</sup>已经进行了尝试并取得很好的应用效果。即便如此, 多数研究仍以二维面波方位各向异性层析成像为主<sup>[25-27]</sup>。另外, 已有的三维横波速度方位各向异性层析成像方法则多是基于二维加一维的分步反演方法<sup>[22, 24, 28]</sup>。分步反演方法很难直接引入三维先验约束、也难以模型对原始观测的拟合进行评估。因此本文拟建立原始面波观测与三维横波速度方位各向异性之间的关系, 据此实现横波速度方位各向异性的直接三维层析成像。近期 Liu 等<sup>[29]</sup>已经开始尝试将三维方位各向异性层析成像方法应用于云南地区的实际研究中, 本文更侧重于对一维向三维过渡的方位各向异性反演算法的推导以及不同参数配置下的理论测试结果, 这将有助于对算法的深入理解、对实际应用研究中的参数进行合理配置以及对研究结果的适度分析。

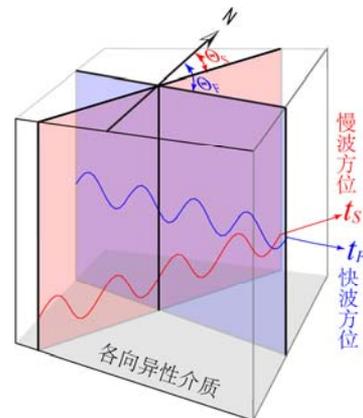


图1 地震波方位各向异性原理示意图  
Fig.1 Schematic diagram of seismic-wave azimuthal anisotropy

## 1 二维面波方位各向异性层析成像

对于任意面波传播路径而言, 某周期 ( $T$ ) 或频率 ( $\omega$ ) 的面波观测速度 ( $u_{\text{obs}}$ , 相速度或群速度) 为其传播路径所在方位 ( $\varphi$ ) 的函数<sup>[20, 30]</sup>:

$$u_{\text{obs}}(\omega, \varphi) = u_0 + A_c \cos(2\varphi) + A_s \sin(2\varphi) + B_c \cos(4\varphi) + B_s \sin(4\varphi) \quad (1)$$

其中  $u_0$ ,  $A_{c,s}$  和  $B_{c,s}$  都是与周期或频率有关的参数;  $u_0$  表示各向同性面波速度;  $A_{c,s}$  和  $B_{c,s}$  分别表示  $2\varphi$  项 (方位  $0^\circ \sim 180^\circ$ ) 和  $4\varphi$  项 (方位  $180^\circ \sim 360^\circ$ ) 的各向异性系数, 下标 c 和 s 分别表示余弦和正弦三角函数的系数。对于 Rayleigh 波各向异性而言,  $2\varphi$  项贡献最大而  $4\varphi$  项几乎可以忽略<sup>[20]</sup>, 因此面波速度  $u_{\text{obs}}(\varphi)$  与传播方位角的关系可以简化为:

$$u_{\text{obs}}(\omega, \varphi) = u_0 + A_c \cos(2\varphi) + A_s \sin(2\varphi) \quad (2)$$

给定一个深部结构的参考模型, 面波观测速度可以表示为相对于参考模型的扰动

( $\delta u = u_{\text{obs}} - u_{\text{ref}}$ )。沿面波传播路径上总的波速扰动可以看作是当研究区被离散成许多网格后传播路径所穿过各网格的局部扰动之和, 即:

$$\delta u(\omega, \varphi) = u_{\text{obs}} - u_{\text{ref}} = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^{n_{xy}} \delta u^{(i)} r^{(i)} \quad (3)$$

其中  $R$  是传播路径总长度,  $r^{(i)}$  和  $\delta u^{(i)}$  分别是第  $i$  个网格中传播路径长度和速度扰动,  $n_{xy}$  是研究区总的水平网格个数。局部面波速度扰动  $\delta u^{(i)}$  同样可以表示为像方程 (2) 那样的方位角 ( $\varphi$ ) 的函数:

$$\delta u^{(i)}(\omega, \varphi) = \delta u_0^{(i)} + A_c^{(i)} \cos(2\varphi) + A_s^{(i)} \sin(2\varphi) \quad (4)$$

其中  $\delta u_0^{(i)}$  和  $A_{c,s}^{(i)}$  分别表示第  $i$  个网格中各向同性速度扰动和各向异性系数。将等式 (4) 代入等式 (3) 中, 得到:

$$\delta u(\omega, \varphi) = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^{n_{xy}} (\delta u_0^{(i)} + A_c^{(i)} \cos(2\varphi) + A_s^{(i)} \sin(2\varphi)) r^{(i)} \quad (5)$$

对于同一个周期, 不同面波观测路径都可以建立与等式 (5) 相似的方程。由于上式中局部各向同性速度扰动  $\delta u_0^{(i)}$  和各向异性系数  $A_{c,s}^{(i)}$  与总的面波速度扰动  $\delta u$  呈线性关系, 因此这些线性方程可以共同构成如下线性方程组:

$$\begin{pmatrix} \delta u_1 \\ \vdots \\ \delta u_m \end{pmatrix}_{m \times 1} = \begin{pmatrix} \frac{r_1^{(1)}}{R_1} & \dots & \frac{r_1^{(n)}}{R_1} & \frac{r_1^{(1)}}{R_1} \cos(2\varphi_1) & \dots & \frac{r_1^{(n)}}{R_1} \cos(2\varphi_1) & \frac{r_1^{(1)}}{R_1} \sin(2\varphi_1) & \dots & \frac{r_1^{(n)}}{R_1} \sin(2\varphi_1) \\ \vdots & \vdots \\ \frac{r_m^{(1)}}{R_m} & \dots & \frac{r_m^{(n)}}{R_m} & \frac{r_m^{(1)}}{R_m} \cos(2\varphi_m) & \dots & \frac{r_m^{(n)}}{R_m} \cos(2\varphi_m) & \frac{r_m^{(1)}}{R_m} \sin(2\varphi_m) & \dots & \frac{r_m^{(n)}}{R_m} \sin(2\varphi_m) \end{pmatrix}_{m \times 3n} \begin{pmatrix} \delta u_0^{(1)} \\ \vdots \\ \delta u_0^{(n)} \\ A_c^{(1)} \\ \vdots \\ A_c^{(n)} \\ A_s^{(1)} \\ \vdots \\ A_s^{(n)} \end{pmatrix}_{3n \times 1} \quad (6)$$

式中  $m$  表示观测数量,  $n$  表示网格数量, 上标表示网格序号, 下标表示观测序号。该线性方程组也可以简单记为,

$$\mathbf{d} = \mathbf{G}\mathbf{x} \quad (7)$$

其中  $\mathbf{d}$  是某周期观测速度相对于参考速度扰动的矢量, 通常参考速度取该周期在研究区内的平均观测速度;  $\mathbf{G}$  表示与传播路径和传播方位有关的系数矩阵;  $\mathbf{x}$  是包含所有网格点各向同性速度扰动和各向异性系数的待求矢量。至此, 我们建立起了数据  $\mathbf{d}$  与模型  $\mathbf{x}$  的线性关系。但是由于地震面波观测的分布强烈依赖于地震震源和地震台站的分布, 所以矩阵  $\mathbf{G}$  通常为大型、稀疏的病态矩阵。因此需要引入先验约束条件对方程组 (7) 进行约束。通常采用模型的一阶梯度<sup>[31]</sup>作为先验约束, 以达到平滑模型结构空间分布的目的。此时, 方程组 (7) 则变为:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{G} \\ \lambda \mathbf{S} \end{pmatrix} \mathbf{x} \quad (8)$$

其中  $\mathbf{S}$  即为平滑矩阵,  $\lambda$  为平滑权重系数,  $\lambda$  越大模型越平滑, 但观测拟合残差越大, 通常利用试错法确定合理的平滑权重系数。使用适合大型稀疏矩阵反演的 LSQR<sup>[32-33]</sup>迭代方法求解方程组 (8), 即可获得未知量  $\mathbf{x}$ , 即某一周期在不同网格点的各向同性速度扰动  $\delta u_0^{(i)}$  和各向异性系数  $A_{c,s}^{(i)}$ 。各网格点的各向异性强度和快波方向可以根据如下关系得到:

$$\begin{cases} A^{(i)} = \sqrt{(A_c^i)^2 + (A_s^i)^2} \\ \Theta_F^{(i)} = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{A_s^i}{A_c^i}\right) \end{cases} \quad (9)$$

对不同周期数据分别进行如方程组 (8) 的反演, 则可以得到各周期二维面波方位各向异性的分布。

## 2 一维横波速度方位各向异性反演

二维面波方位各向异性层析成像方法只提供不同周期二维面波方位各向异性结果, 该结果代表各向异性的横向分布特征, 但很难揭示各向异性随深度的变化。如前所述, 长周期面波各向异性并不全部代表深部的结构信息, 浅部结构也可以对长周期面波各向异性造成不可忽略的影响<sup>[20]</sup>, 所以有必要把与周期相关的面波各向异性转换为与深度相关的横波速度各向异性。

综合不同周期二维面波方位各向异性层析成像结果, 可以得到每个网格点的各向异性频散曲线, 通常称之为区域化频散曲线。各网格所有周期的区域化面波速度扰动 ( $\delta u^{(i)}$ ) 可以近似为五个 Love 参数 ( $A, C, F, L, N$ ) 中的 4 个 ( $A, C, F, L$ ) 在深度方向上的积分 (或叠加)<sup>[20, 23-24]</sup>:

$$\delta u^{(i)}(\omega, \varphi) = \sum_{j=1}^{n_z} \left( \frac{\partial u^{(i)}}{\partial A_{\text{ref}}^{(ij)}} (\delta A^{(ij)} + B_c^{(ij)} \cos(2\varphi) + B_s^{(ij)} \sin(2\varphi)) + \frac{\partial u^{(i)}}{\partial C_{\text{ref}}^{(ij)}} \delta C^{(ij)} + \frac{\partial u^{(i)}}{\partial F_{\text{ref}}^{(ij)}} (\delta F^{(ij)} + H_c^{(ij)} \cos(2\varphi) + H_s^{(ij)} \sin(2\varphi)) + \frac{\partial u^{(i)}}{\partial L_{\text{ref}}^{(ij)}} (\delta L^{(ij)} + G_c^{(ij)} \cos(2\varphi) + G_s^{(ij)} \sin(2\varphi)) \right) \quad (10)$$

Love 参数描述的是具有垂向对称轴的等效横向各向异性介质, 其中  $A = \rho V_{\text{PH}}^2$ ,  $C = \rho V_{\text{PV}}^2$ ,  $L = \rho V_{\text{SV}}^2$ ,  $N = \rho V_{\text{SH}}^2$ , 且  $F = A - 2L$ <sup>[34]</sup>。需要注意的是此式中的  $A$  与方程 (1) ~ (6) 中的  $A_{c,s}$  不同。  $B_{c,s}$ ,  $H_{c,s}$ ,  $G_{c,s}$  为 6 个各向异性  $2\varphi$  项系数。因为  $\frac{\partial u^{(i)}}{\partial C_{\text{ref}}^{(ij)}}$  和  $\frac{\partial u^{(i)}}{\partial F_{\text{ref}}^{(ij)}}$  比  $\frac{\partial u^{(i)}}{\partial A_{\text{ref}}^{(ij)}}$  和  $\frac{\partial u^{(i)}}{\partial L_{\text{ref}}^{(ij)}}$  小得多, 因此等式 (10) 可以简化并整理为只含  $A$  和  $L$  的形式<sup>[20]</sup>:

$$\delta u^{(i)}(\omega, \varphi) = \sum_{j=1}^{n_z} \left( \left( \frac{\partial u^{(i)}}{\partial A_{\text{ref}}^{(ij)}} \delta A^{(ij)} + \frac{\partial u^{(i)}}{\partial L_{\text{ref}}^{(ij)}} \delta L^{(ij)} \right) + \left( \frac{\partial u^{(i)}}{\partial A_{\text{ref}}^{(ij)}} B_c^{(ij)} + \frac{\partial u^{(i)}}{\partial L_{\text{ref}}^{(ij)}} G_c^{(ij)} \right) \cos(2\varphi) + \left( \frac{\partial u^{(i)}}{\partial A_{\text{ref}}^{(ij)}} B_s^{(ij)} + \frac{\partial u^{(i)}}{\partial L_{\text{ref}}^{(ij)}} G_s^{(ij)} \right) \sin(2\varphi) \right) \quad (11)$$

又因为 Rayleigh 波只对上式中  $\delta L$  和  $G_{c,s}$  比较敏感, 可以假定  $\delta A$  和  $B_{c,s}$  分别与  $\delta L$  和  $G_{c,s}$  呈线性关系, 其线性比值分别记为  $\alpha$  和  $\gamma$ <sup>[24]</sup>:

$$\frac{\delta A^{(ij)}}{A_{\text{ref}}^{(ij)}} = \alpha \frac{\delta L^{(ij)}}{L_{\text{ref}}^{(ij)}} = \alpha \widehat{\delta L^{(ij)}} \quad (12)$$

$$\frac{B_{s,c}^{(ij)}}{A_{\text{ref}}^{(ij)}} = \gamma \frac{G_{s,c}^{(ij)}}{L_{\text{ref}}^{(ij)}} = \gamma \widehat{G_{s,c}^{(ij)}} \quad (13)$$

于是, 等式 (11) 变成:

$$\begin{aligned} \delta u^{(i)}(\omega, \varphi) = & \sum_{j=1}^{n_z} \left( \left( \alpha A_{\text{ref}}^{(ij)} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial A_{\text{ref}}^{(ij)}} + L_{\text{ref}}^{(j)} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial L_{\text{ref}}^{(j)}} \right) \widehat{\delta L}^{(j)} + \right. \\ & \left. \left( \gamma A_{\text{ref}}^{(ij)} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial A_{\text{ref}}^{(ij)}} + L_{\text{ref}}^{(j)} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial L_{\text{ref}}^{(j)}} \right) \cos(2\varphi) \widehat{G}_c^{(j)} + \left( \gamma A_{\text{ref}}^{(ij)} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial A_{\text{ref}}^{(ij)}} + L_{\text{ref}}^{(j)} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial L_{\text{ref}}^{(j)}} \right) \sin(2\varphi) \widehat{G}_s^{(j)} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

当假定  $V_{PH}$  与  $V_{SV}$  的比值为常值时,  $\gamma = 1$ <sup>[22]</sup>。由于面波对横波速度 (即  $L$ ,  $L = \rho V_{SV}^2$ ) 比对纵波速度 (即  $A$ ,  $A = \rho V_{PH}^2$ ) 更敏感,  $\alpha$  可以设置为 0。设  $V_{PH}/V_{SV}$  的比值为常数  $k$ , 那么上式中  $A$  可以由  $L$  表示为,

$$A = \rho V_{PH}^2 = k^2 \rho V_{SV}^2 = k^2 L \quad (15)$$

等式 (14) 则变为,

$$\begin{aligned} \delta u^{(i)}(\omega, \varphi) = & \sum_{j=1}^{n_z} \left( 0.5 V_{SV\text{ref}}^{(ij)} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial V_{SV\text{ref}}^{(ij)}} \widehat{\delta L}^{(j)} + \right. \\ & \left. V_{SV\text{ref}}^{(ij)} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial V_{SV\text{ref}}^{(ij)}} \cos(2\varphi) \widehat{G}_c^{(j)} + V_{SV\text{ref}}^{(ij)} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial V_{SV\text{ref}}^{(ij)}} \sin(2\varphi) \widehat{G}_s^{(j)} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

其中  $V_{SV\text{ref}}^{(ij)}$  表示参考模型在第  $i$  个网格第  $j$  层深度的横波速度。将等式 (16) 代入等式 (4), 得到:

$$\begin{aligned} \delta u^{(i)}(\omega, \varphi) = & \delta u_0^{(i)} + A_c^{(i)} \cos(2\varphi) + A_s^{(i)} \sin(2\varphi) = \\ & \sum_{j=1}^{n_z} \left( 0.5 V_{SV\text{ref}}^{(ij)} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial V_{SV\text{ref}}^{(ij)}} \widehat{\delta L}^{(j)} + V_{SV\text{ref}}^{(ij)} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial V_{SV\text{ref}}^{(ij)}} \widehat{G}_c^{(j)} \cos(2\varphi) + V_{SV\text{ref}}^{(ij)} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial V_{SV\text{ref}}^{(ij)}} \widehat{G}_s^{(j)} \sin(2\varphi) \right) \end{aligned} \quad (17)$$

同类项拆分, 可以得到 3 组等式:

$$\begin{cases} \delta u_0^{(i)}(\omega) = \sum_{j=1}^{n_z} \left( 0.5 V_{SV\text{ref}}^{(ij)} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial V_{SV\text{ref}}^{(ij)}} \right) \widehat{\delta L}^{(j)} \\ A_c^{(i)}(\omega) = \sum_{j=1}^{n_z} \left( V_{SV\text{ref}}^{(ij)} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial V_{SV\text{ref}}^{(ij)}} \right) \widehat{G}_c^{(j)} \\ A_s^{(i)}(\omega) = \sum_{j=1}^{n_z} \left( V_{SV\text{ref}}^{(ij)} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial V_{SV\text{ref}}^{(ij)}} \right) \widehat{G}_s^{(j)} \end{cases} \quad (18)$$

$\widehat{\delta L}^{(j)}$ ,  $\widehat{G}_c^{(j)}$  和  $\widehat{G}_s^{(j)}$  与区域化面波各向同性速度扰动 ( $\delta u_0^{(i)}$ ), 各向异性余弦系数 ( $A_c^{(i)}$ ) 和正弦系数 ( $A_s^{(i)}$ ) 分别呈线性关系。对于同一网格点不同频率的区域化面波速度均可以建立类似等式组 (18) 的 3 组线性方程组:

$$\begin{pmatrix} \delta u_{0,\omega_1}^{(i)} \\ \vdots \\ \delta u_{0,\omega_m}^{(i)} \end{pmatrix}_{m \times 1} = 0.5 \mathbf{G}_{m \times n} \cdot \begin{pmatrix} \widehat{\delta L}^{(1)} \\ \vdots \\ \widehat{\delta L}^{(n)} \end{pmatrix}_{n \times 1} \quad (19)$$

$$\begin{pmatrix} A_{c,\omega_1}^{(i)} \\ \vdots \\ A_{c,\omega_m}^{(i)} \end{pmatrix}_{m \times 1} = \mathbf{G}_{m \times n} \cdot \begin{pmatrix} \widehat{G}_c^{(1)} \\ \vdots \\ \widehat{G}_c^{(n)} \end{pmatrix}_{n \times 1} \quad (20)$$

$$\begin{pmatrix} A_{s,\omega_1}^{(i)} \\ \vdots \\ A_{s,\omega_m}^{(i)} \end{pmatrix}_{m \times 1} = \mathbf{G}_{m \times n} \cdot \begin{pmatrix} \widehat{G}_s^{(1)} \\ \vdots \\ \widehat{G}_s^{(n)} \end{pmatrix}_{n \times 1} \quad (21)$$

其中系数矩阵  $\mathbf{G}_{m \times n}$  包含面波与横波速度偏微分（即敏感度）信息，其展开式为：

$$\mathbf{G}_{m \times n} = \begin{pmatrix} V_{SVref}^1 \frac{\partial u_{\omega_1}^{(i)}}{\partial V_{SVref}^1} & \cdots & V_{SVref}^n \frac{\partial u_{\omega_1}^{(i)}}{\partial V_{SVref}^n} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ V_{SVref}^1 \frac{\partial u_{\omega_m}^{(i)}}{\partial V_{SVref}^1} & \cdots & V_{SVref}^n \frac{\partial u_{\omega_m}^{(i)}}{\partial V_{SVref}^n} \end{pmatrix}_{m \times n} \quad (22)$$

通过对方程组 (19)、(20) 和 (21) 分别进行线性迭代反演，即可获得待求量  $\widehat{\delta L}^{(j)}$ ， $\widehat{G}_c^{(j)}$  和  $\widehat{G}_s^{(j)}$ 。也可以将方程组 (19)、(20) 和 (21) 合并为一个线性方程组：

$$\begin{pmatrix} \delta u_{0,\omega_1}^{(i)} \\ \vdots \\ \delta u_{0,\omega_m}^{(i)} \\ A_{c,\omega_1}^{(i)} \\ \vdots \\ A_{c,\omega_m}^{(i)} \\ A_{s,\omega_1}^{(i)} \\ \vdots \\ A_{s,\omega_m}^{(i)} \end{pmatrix}_{3m \times 1} = \begin{pmatrix} 0.5\mathbf{G}_{m \times n} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_{m \times n} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_{m \times n} \end{pmatrix}_{3m \times 3n} \cdot \begin{pmatrix} \widehat{\delta L}^{(1)} \\ \vdots \\ \widehat{\delta L}^{(n)} \\ \widehat{G}_c^{(1)} \\ \vdots \\ \widehat{G}_c^{(n)} \\ \widehat{G}_s^{(1)} \\ \vdots \\ \widehat{G}_s^{(n)} \end{pmatrix}_{3n \times 1} \quad (23)$$

左侧为所有区域化后的各频率面波速度参数，为已知量， $\omega_1 - \omega_m$  为  $m$  个频率取值；右侧为包含面波与横波速度偏微分的系数矩阵和待求的横波速度参数。为了获得线性反演稳定解，同样可以给方程组 (23) 加入垂向平滑先验约束，然后则可通过线性迭代反演获取不同网格在不同深度的横波速度参数 ( $\widehat{\delta L}^{(j)}$  和  $\widehat{G}_{cs}^{(j)}$ )。依据等式 (12) 和等式 (13) 的等量关系，因为  $L = \rho V_{SV}^2$  且  $\widehat{\delta L}^{(j)} = \delta L / L = (\rho V_{SV}^2 - \rho V_{ref}^2) / \rho V_{ref}^2$ ，所以各向同性横波速度为：

$$V_{SV} = V_{ref} \sqrt{1 + \widehat{\delta L}^{(j)}} \quad (24)$$

各向异性强度 ( $A_{SV}$ ) 和快播方向 ( $\Theta_F$ ) 可以由上述反演获得的  $\widehat{G}_{cs}^{(j)}$  求取<sup>[23-35]</sup>：

$$\begin{cases} A_{SV}^{(j)} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\widehat{G}_c^{(j)}\right)^2 + \left(\widehat{G}_s^{(j)}\right)^2} \\ \Theta_F^{(j)} = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{\widehat{G}_s^{(j)}}{\widehat{G}_c^{(j)}} \right) \end{cases} \quad (25)$$

至此，我们完成了利用二维层析成像区域化后的频散曲线获取一维横波速度方位各向异性的数学推导。可见，首先对不同周期或频率分别进行二维面波方位各向异性层析成像；然后对各网格点区域化得到的面波频散曲线进行一维横波速度各向异性反演；综合所有一

维横波速度结构即可实现三维横波速度方位各向异性层析成像研究。但分步反演方法无法直接对模型进行原始观测的误差分析评估，分步反演也无法解决各向同性与各向异性结构间的平衡问题。因此，有必要建立原始面波观测（而不是区域化后的面波观测）与三维横波速度方位各向异性的直接关系。

### 3 三维横波速度方位各向异性层析成像

如前所述，将等式 (16) 代入等式 (4)，可以建立区域化面波观测与一维横波速度方位各向异性关系，但如果将等式 (16) 代入等式 (3)，则可建立原始观测与三维横波速度的直接关系：

$$u_{\text{obs}} - u_{\text{ref}} = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^{n_{xy}} \delta u^{(i)} r^{(i)} = \sum_{i=1}^{n_{xy}} \sum_{j=1}^{n_z} \left( \frac{r^{(i)}}{R} \left( 0.5 V_{\text{SVref}}^{(ij)} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial V_{\text{SVref}}^{(ij)}} \widehat{\delta L}^{(j)} + V_{\text{SVref}}^{(ij)} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial V_{\text{SVref}}^{(ij)}} \cos(2\varphi) \widehat{G}_c^{(j)} + V_{\text{SVref}}^{(ij)} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial V_{\text{SVref}}^{(ij)}} \sin(2\varphi) \widehat{G}_s^{(j)} \right) \right) \quad (26)$$

将第  $i$  个网格点第 1 到第  $n_z$  层的横波速度偏微分之和  $\left( V_1^i \frac{\partial u}{\partial V_1} + \dots + V_{n_z}^i \frac{\partial u}{\partial V_{n_z}} \right)$  简记为  $\mathbf{P}_{1-n_z}^i$ ，对于不同路径以及不同周期的观测，均可以建立如 (26) 的方程，综合所有方程，即可得到如下线性方程组，

$$\mathbf{d} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{m} \quad (27)$$

其中数据矢量  $\mathbf{d}$  包含  $m$  个观测面波相对于参考模型的扰动值，其转置  $\mathbf{d}^T$  记为：

$$\mathbf{d}^T = (\delta u_1 \quad \dots \quad \delta u_m)_{1 \times m} \quad (28)$$

系数矩阵  $\mathbf{C}$  包含  $m$  行、 $3 \times n_{xy} \times n_z$ （即三倍网格点个数）列，每个矩阵条目均包含面波传播路径长度、方位信息以及面波对横波速度的敏感度信息，其展开式为：

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0.5 \frac{r_1^1}{R_1} \mathbf{P}_{1-n_z}^1 & \dots & 0.5 \frac{r_1^{n_{xy}}}{R_1} \mathbf{P}_{1-n_z}^{n_{xy}} & \cos(2\varphi_1) \frac{r_1^1}{R_1} \mathbf{P}_{1-n_z}^1 & \dots & \cos(2\varphi_1) \frac{r_1^{n_{xy}}}{R_1} \mathbf{P}_{1-n_z}^{n_{xy}} & \sin(2\varphi_1) \frac{r_1^1}{R_1} \mathbf{P}_{1-n_z}^1 & \dots & \sin(2\varphi_1) \frac{r_1^{n_{xy}}}{R_1} \mathbf{P}_{1-n_z}^{n_{xy}} \\ \vdots & \vdots \\ 0.5 \frac{r_m^1}{R_m} \mathbf{P}_{1-n_z}^1 & \dots & 0.5 \frac{r_m^{n_{xy}}}{R_m} \mathbf{P}_{1-n_z}^{n_{xy}} & \cos(2\varphi_m) \frac{r_m^1}{R_m} \mathbf{P}_{1-n_z}^1 & \dots & \cos(2\varphi_m) \frac{r_m^{n_{xy}}}{R_m} \mathbf{P}_{1-n_z}^{n_{xy}} & \sin(2\varphi_m) \frac{r_m^1}{R_m} \mathbf{P}_{1-n_z}^1 & \dots & \sin(2\varphi_m) \frac{r_m^{n_{xy}}}{R_m} \mathbf{P}_{1-n_z}^{n_{xy}} \end{bmatrix}_{m \times 3 \times n_{xy} \times n_z} \quad (29)$$

模型矢量  $\mathbf{m}$  包含  $3 \times n_{xy} \times n_z$ （即三倍网格点个数）个各向同性速度扰动、各向异性余弦和正弦分量，其转置  $\mathbf{m}^T$  记为：

$$\mathbf{m}^T = \left[ \widehat{\delta L}_1^1 \quad \dots \quad \widehat{\delta L}_{n_z}^1 \quad \dots \quad \widehat{\delta L}_1^{n_{xy}} \quad \dots \quad \widehat{\delta L}_{n_z}^{n_{xy}} \quad \widehat{G}_{c,1}^1 \quad \dots \quad \widehat{G}_{c,n_z}^1 \quad \dots \quad \widehat{G}_{c,1}^{n_{xy}} \quad \dots \quad \widehat{G}_{c,n_z}^{n_{xy}} \quad \widehat{G}_{s,1}^1 \quad \dots \quad \widehat{G}_{s,n_z}^1 \quad \dots \quad \widehat{G}_{s,1}^{n_{xy}} \quad \dots \quad \widehat{G}_{s,n_z}^{n_{xy}} \right]_{3 \times n_{xy} \times n_z \times 1} \quad (30)$$

由于式 (27) 中的系数矩阵  $\mathbf{C}$  为大型、病态、稀疏矩阵，同样需要引入三维模型的一阶梯度<sup>[30]</sup>作为先验约束。最终的三维横波速度线性方程组变为：

$$\begin{pmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{C} \\ \lambda \mathbf{S} \end{pmatrix} \mathbf{m} \quad (31)$$

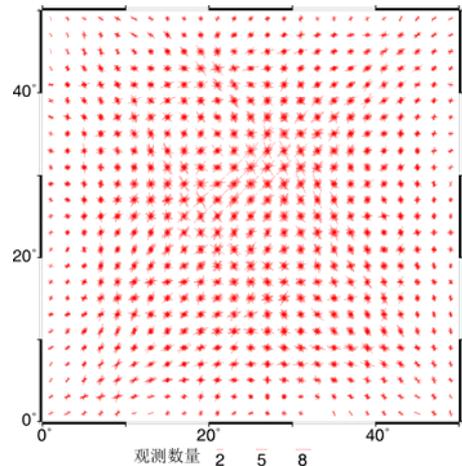
该方程组虽然与二维层析成像的方程组 (8) 外形相似，但每个向量和矩阵代表的含义并不相同。这里的平滑矩阵  $\mathbf{S}$  表示三维模型的一阶梯度而非二维模型的水平或一维模型的垂向梯度。通过线性迭代反演方程组 (31)，即可通过原始面波速度观测 ( $\delta u$ ) 获得三维横波速度各向异性参数 ( $\widehat{\delta L}^{(j)}$ ， $\widehat{G}_c^{(j)}$  和  $\widehat{G}_s^{(j)}$ )，并通过式 (24) 和式 (25) 获取三维横波

速度各向同性分量, 各向异性幅值以及快波方位。

#### 4 理论模型测试及评估

为了验证上述二维面波、一维横波和三维横波速度方位各向异性反演方法的应用效果, 我们对这 3 种方法分别进行了理论模型测试。3 组测试通用参数如下: 研究区南北和东西分别跨度  $50^\circ$ , 垂向跨度  $0\sim 180\text{ km}$ ; 模型划分为水平网格间距  $2^\circ$ , 垂向网格间距  $10\text{ km}$ ; 观测数据为 1250 条大圆距离不小于  $5^\circ$ 、方位随机的瑞雷面波群速度频散曲线, 每条频散曲线包含从  $5\sim 100\text{ s}$  以  $5\text{ s}$  为间隔,  $100\sim 200\text{ s}$  以  $10\text{ s}$  为间隔的周期信号; 参考模型的地壳速度来自 CRUST 1.0<sup>[36]</sup>, 地幔速度来自 IASP91<sup>[37]</sup>。

虽然实际观测中每条频散曲线包含的周期信号不完全一样, 但这里为了简化, 模拟生成的每条频散曲线含有相同的周期信号。所以任意周期的数据方位分布 (图 2) 是相同的。图 2 中红色短线所在方位表示面波数据测量方位 (即面波传播方位), 红色短线长度表示每个网格点在该方位上的观测数量。如前所述, Rayleigh 波方位各向异性中  $2\varphi$  项 (方位  $0^\circ\sim 180^\circ$ ) 贡献最大, 而  $4\varphi$  项 (方位  $180^\circ\sim 360^\circ$ ) 几乎可以忽略, 所以图 2 中的观测数据量按  $0^\circ\sim 180^\circ$  方位每  $5^\circ$  为间隔进行统计。观测数据方位分布与方位各向异性层析成像结果的可靠性密切相关。理想的方位分布是每个网格点每个方位的观测数量均不为 0, 且每个方位的观测数量越多越好。从图 2 中模拟数据分布可见, 研究区中心区域的数据方位分布明显优于边缘区域, 在边缘区域有些方位观测数量为 0, 在中心区域也存在部分方位观测数量明显多于另一些方位的情况。这样的模拟数据分布与实际研究的情况非常相似。在实际研究中, 如果很多网格点存在观测数据方位缺失的情况, 可以通过增大网格间距的办法来改善数据方位分布。



注: 红线方位表示观测数据方位 (从北方向顺时针测量), 红线长短表示观测数量。

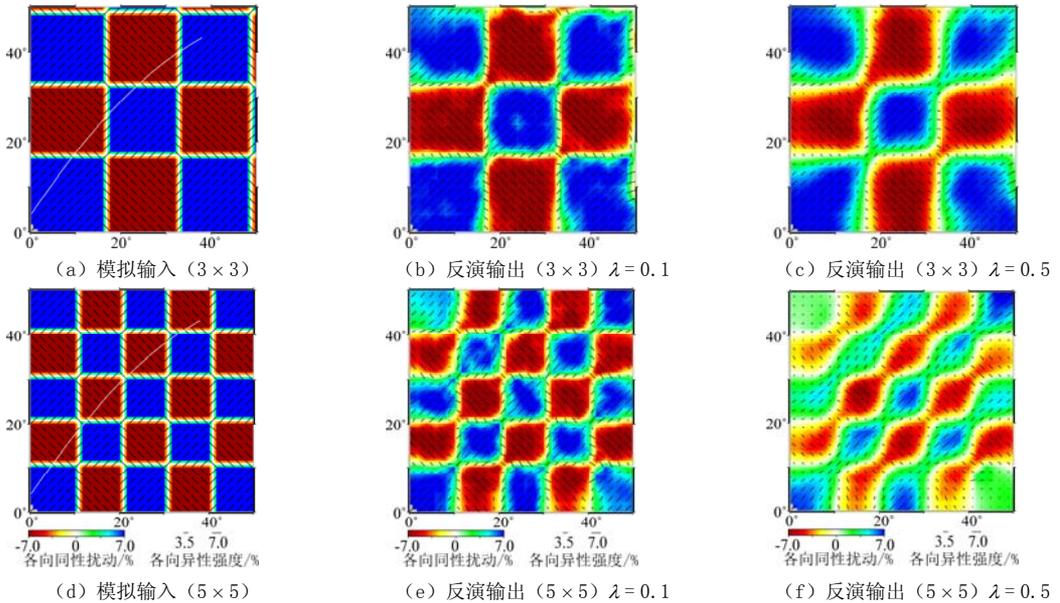
图 2 模拟测试中周期 10 s 面波观测方位分布

Fig. 2 Azimuthal distribution of surface wave measurements at the period of 10 s in the synthetic test

##### 4.1 二维面波方位各向异性反演测试

依据方程组 (6), 当给定某周期面波方位各向异性模型 (即该周期不同网格点的各向同性速度扰动  $\delta u_0^{(i)}$  和各向异性系数  $A_{cs}^{(i)}$ ), 则可以通过正演计算求取面波频散观测  $\delta u$ , 再将  $\delta u$  加上 5% 的随机误差后作为观测值进行反演, 通过对比反演模型和输入模型的相似度则可以判别整个反演流程的有效性。对于二维模拟测试的输入模型 (图 3 (a) 和图 3 (d)), 我们设置各向同性速度扰动  $\delta u_0^{(i)}$  按  $\pm 7\%$  相间排列, 各向异性幅值均为 7%, 快波方向按  $45^\circ$  和  $135^\circ$  相间排列。图 3 (b) 和图 3 (e)、图 3 (c) 和图 3 (f) 为周期 10 s, 平滑权重 (方程组 (8) 中  $\lambda$ ) 分别为 0.1 和 0.5 的反演结果。正如预期, 平滑权重越大, 反演模型中异常分布更加平滑。但无论哪种平滑权重都能较好地恢复输入模型中各向同性波速异常

(红蓝相间的彩色影像)、各向异性幅值(黑线长度)以及快波方向(黑线方位)分布。图 3 (a) ~图 3 (c) 与图 3 (d) ~图 3 (f) 的检测板异常尺寸不同, 测试结果显示对于尺度较小的异常不宜使用过大的平滑权重(图 3 (f))。

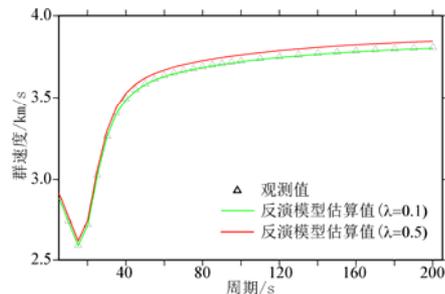


注: (a)、(b)、(c) 分别是将研究区分成 9 块 (3×3) 的检测板模拟输入模型、平滑权重为 0.1 和 0.5 的反演输出模型。(d)、(e)、(f) 分别是将研究区分成 25 块 (5×5) 的检测板模拟输入模型、平滑权重为 0.1 和 0.5 的反演输出模型。彩色影像为各向同性瑞雷波群速度扰动、黑线长度表示瑞雷波群速度各向异性幅值、黑线方位表示快波方向。(a) 和 (d) 中白线为一条面波观测路径, 其频散曲线将在图 4 中显示。

图 3 周期 10 s 的二维面波方位各向异性层析成像模拟测试结果

Fig.3 Synthetic test results for 2D surface-wave tomography of azimuthal anisotropy at the period of 10 s

对所有周期分别进行二维面波方位各向异性层析成像, 均可以得到类似图 3 所示的结果。图 4 显示了反演结果对其中一条观测(图 3 (a) 和图 3 (d) 中白线所示) 频散曲线的拟合实例。图中三角表示观测频散曲线, 绿线和红线表示在 5×5 检测板测试中, 平滑权重分别为 0.1 和 0.5 的反演模型估算值。不同平滑权重反演模型的估算频散曲线稍有差别, 但均能较好地拟合观测频散曲线。本文推导的二维面波方位各向异性层析成像方法既能很好地恢复输入模型的结构特征(图 3), 也能很好地拟合观测数据(图 4), 所以该方法具有合理有效的应用效果。该方法在不同区域的实际研究中也得到了广泛的应用<sup>[25, 27-38]</sup>。



注: 三角为观测频散曲线, 绿线和红线分别表示平滑系数为 0.1 和 0.5 时反演模型的估算频散曲线。该频散曲线的射线路径如图 3 (a) 中白线所示。

图 4 二维方位各向异性层析成像的频散曲线拟合实例  
Fig.4 An example of dispersion fitting for 2D surface-wave tomography of azimuthal anisotropy

#### 4.2 一维横波速度方位各向异性反演测试

二维面波方位各向异性层析成像很难直接反映各向异性随深度的变化。图 5 (a) 显示

周期为 5、30、55、80 和 110 s 的面波对不同深度横波速度的敏感系数 (式 (22) 中  $v \frac{\partial u}{\partial V}$ )。敏感系数采用 Herrmann<sup>[39]</sup> 软件包中 surf 96 程序计算。其中短周期面波的敏感度 (如 30 s, 品红) 除了在 20~40 km 里深度上的浅部非常显著之外, 在 60~120 km 深度的深部也比较明显。而长周期面波的敏感度 (如, 110 s, 黑色) 在 40~60 km 深度上的浅部也不可忽略。显然不同周期面波所反映的深部结构与深度并不一一对应。所以有必要对不同周期面波各向异性进行不同深度横波速度方位各向异性的转换。

综合如图 3 (b) 或图 3 (c) 所示的不同周期二维面波方位各向异性层析成像结果, 可以得到每个网格点的各向异性频散曲线, 通常称之为区域化频散曲线。图 5 (b) 中黑线即为某一网格点区域化频散曲线。黑色曲线表示各向同性面波群速度, 黑短线表示各向异性强度  $A^{(i)}$  和快波方向  $\Theta_F^{(i)}$ 。依据方程组 (19) ~ (21) 或方程组 (23), 可以建立起区域化频散曲线参数 (即  $\delta u_0^{(i)}$ ,  $A_c^{(i)}$  和  $A_s^{(i)}$ ) 与一维横波速度不同深度方位各向异性 ( $\delta L^{(j)}$ ,  $G_c^{(j)}$  和  $G_s^{(j)}$ ) 间的关系。为了进行一维横波速度方位各向异性模拟测试。我们同样给定一组规律分布的一维横波速度模型参数 ( $\delta L^{(j)}$ ,  $G_c^{(j)}$  和  $G_s^{(j)}$ ), 使得各向同性速度扰动在 0~180 km 深度按相对于 IASP91 模型横波速度  $\pm 7\%$  的扰动值相间排列, 各向异性强度 ( $A_{sv}^{(ij)}$ ) 均为 7%, 快波方向 ( $\Theta_F^{(ij)}$ ) 在 0~60 km 深度为 30°, 60~120 km 深度为 60°, 120~180 km 深度为 90°, 如图 5 (c) 中黑线和黑短线所示。通过方程组 (23) 正演计算得到区域化面波频散曲线, 再加上 5% 的随机误差, 生成真实的区域化观测频散曲线 (图 5 (b) 黑线和黑短线)。利用该观测和方程组 (23) 进行反演可以生成新的横波速度模型。

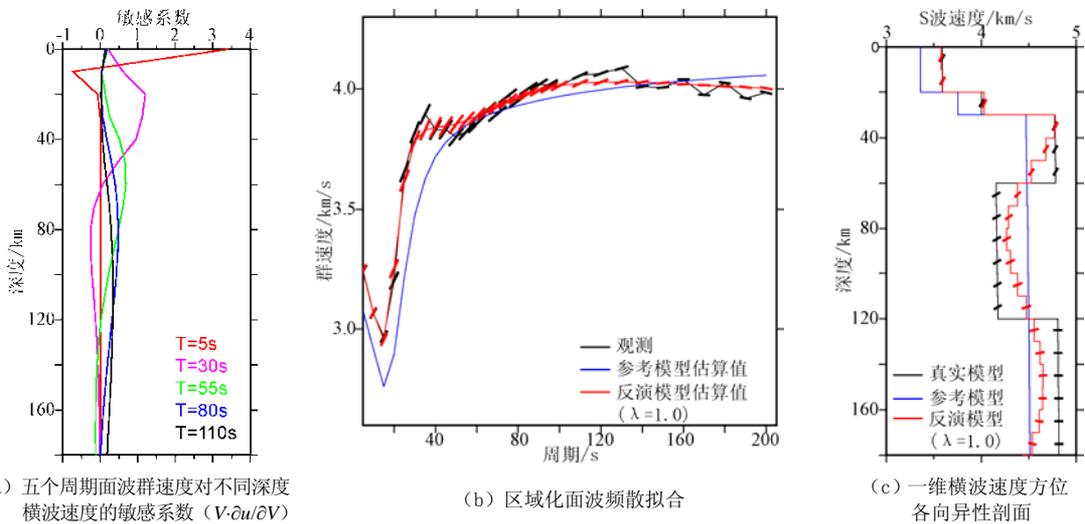


图 5 一维横波速度方位各向异性模拟测试结果

Fig. 5 Synthetic test results for 1D S-wave azimuthal anisotropy

图 5 (c) 中红线和红短线则为垂向平滑权重 1.0 时反演生成的横波速度剖面。与参考模型 (蓝线) 相比, 反演模型较好地恢复了真实模型 (黑线和黑短线) 的结构特征: 正负交替变换的各向同性波速异常, 以及以 30° 为间隔随深度逐渐加大的快波方位。图 5 (b) 显示了反演模型估算的面波频散曲线 (红线和红线) 与观测频散曲线 (黑线和黑短线) 的拟合情况。显然, 反演模型比参考模型 (蓝线) 估算出的频散曲线能更好地拟合区域化

观测频散曲线。值得一提的是真实输入模型在 60 km 上下和 120 km 上下发生了  $30^\circ$  的偏转（图 5 (c)，黑短线），但由其计算的不同周期的观测面波（图 5 (b)，黑短线）的快波方向基本呈渐变特征，并没有在某特定周期附近发生快波方向突变，这也再次证明某周期二维面波层析结果不能直接代表某深度结构。同时反演模型在 60 km 上下和 120 km 上下的快波方向也是呈现渐变而非突变特征（图 5 (c)，红短线），这是由于在反演中加入了垂向平滑引起的。尽管如此，整体上，反演模型很好地恢复了真实模型的异常分布趋势和特征。所以测试结果表明本文推导的一维线性化横波速度方位各向异性反演方法应用效果很好。以往对区域化面波频散曲线进行一维横波速度方位各向异性反演更多采用全局算法<sup>[22, 28]</sup>，为了提高计算效率，全局算法通常要求垂向分层或横向网格间距不宜过细，因此其结果只能反映各向异性的粗略分布。而本文推导的线性化横波速度方位各向异性反演方法对网格划分精细程度没有严格限制。

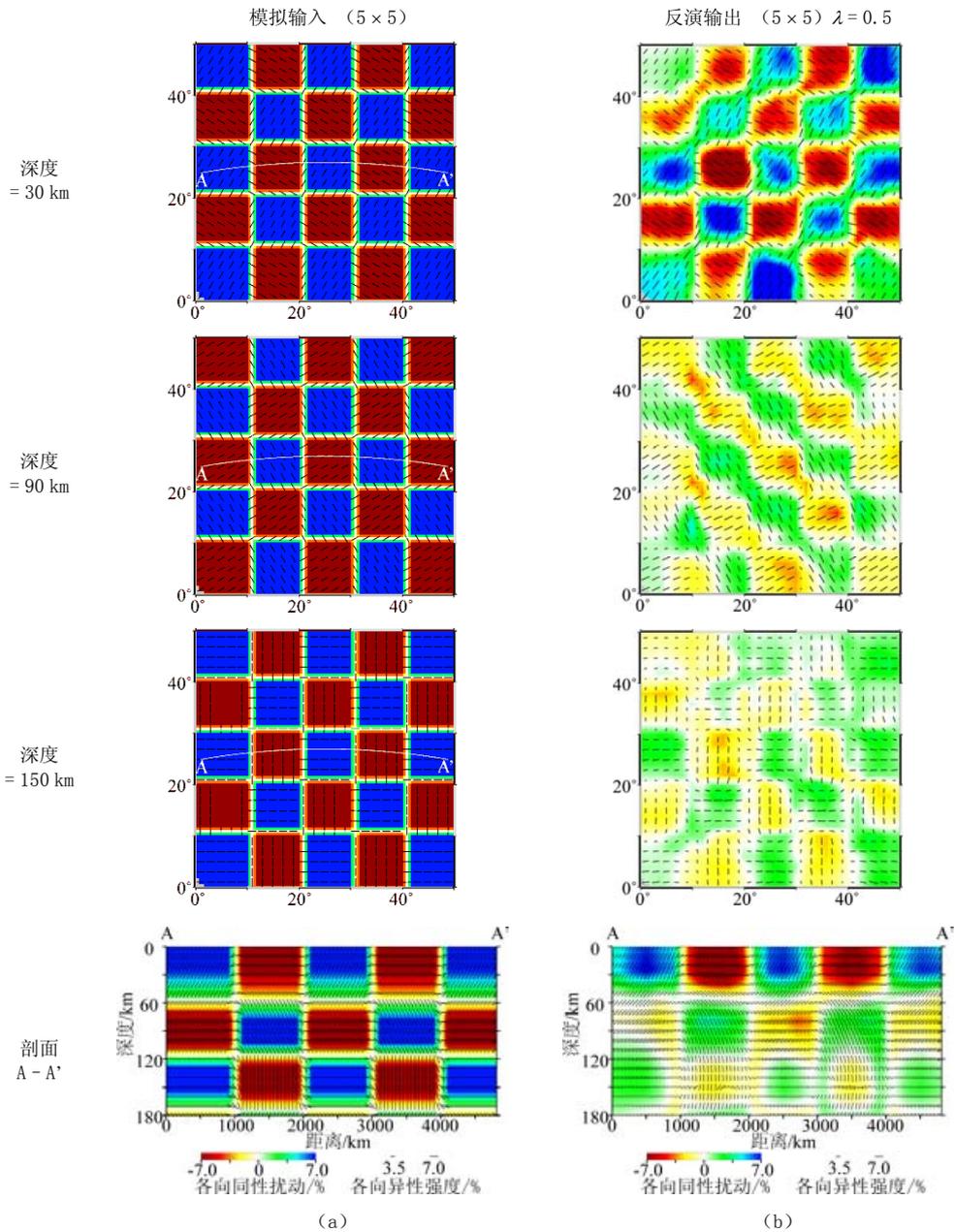
### 4.3 三维横波速度方位各向异性反演测试

已有的三维横波速度方位各向异性层析成像通常是通过上述二维加一维分步实现，即：先对不同周期进行如 4.1 节所示的二维面波层析成像；再对每个网格点进行如 4.2 节所示的一维横波速度反演；最后综合所有网格点的一维剖面合成三维横波速度模型。但是二维加一维的分步反演模式或只能实现区域化面波对原始面波的拟合分析（如图 4 所示），或只能实现一维横波速度对区域化面波的拟合分析（图 5 (b)），无法实现三维横波速度模型对原始面波观测的拟合分析，而该分析对评价反演结果至关重要。本文推导的式 (27) ~ 式 (31) 可以实现从原始观测面波频散曲线到横波速度方位各向异性的直接三维反演，极大地方便了三维先验约束的引入以及对最终模型的评估。

为了测试三维横波速度方位各向异性层析成像方法的有效性，这里重点对其进行理论模型反演测试。对于输入模型，无论水平向还是垂向，各向同性速度扰动  $\widehat{\delta L}^{(ij)}$  按参考模型的  $\pm 7\%$  相间排列，各向异性幅值 ( $A_{SV}^{(ij)}$ ) 均为  $7\%$ ，快波方向 ( $\theta_F^{(ij)}$ ) 在垂直方向上初始设定为  $0\sim 60$  公里  $30^\circ$ ， $60\sim 120$  公里  $60^\circ$ ， $120\sim 180$  公里深度  $90^\circ$ （与前述一维情况的设置相同），但当各向同性波速扰动在水平发生正负交替时，快波方位增加  $90^\circ$ 。图 6 (a) 显示了输入模型的三维结构分布。从上到下分别为 30、90 和 150 km 深度的水平切片和 A-A' 剖面上的垂直切片，A-A' 剖面位置如水平切片上白线所示。利用该三维横波速度各向异性模型参数和方程组 (27) 进行正演计算，获得原始观测面波数据。在数据中加入  $5\%$  的随机误差作为真实观测数据  $\delta u$ ，再对加入三维平滑约束的方程组 (31) 进行迭代反演，即可获得反演结果。

图 6 (b) 显示平滑权重为 0.5 时的反演模型。通过与图 6 (a) 的输入模型对比发现，反演模型从整体上基本能较好地恢复各向同性速度扰动（保持正负或红蓝交替的异常极性），各向异性强度和方向（黑短线长度和方向）。但也有部分异常未能被完全恢复。对于各向同性速度而言，输入模型中所有深度异常幅值均设为  $7\%$ ，但在反演模型中只有浅部幅度接近  $7\%$ （30 km 水平切片或剖面 A-A'），而深部的异常幅值明显减小（90 km 和 150 km 切片或剖面 A-A'）。这是由于大多数周期面波的敏感系数在深部都非常小（图 5 (a)）。因此分析三维层析成像结果中各向同性波速结构时，应重点关注异常极性（正或负）及其位置分布，而非其绝对值大小。Fang 等<sup>[40]</sup>研究三维横波速度各向同性检测板测试结果显示出相似的规律。对于各向异性结构而言，反演模型中各向异性强度和方向（黑短线长度和方向）

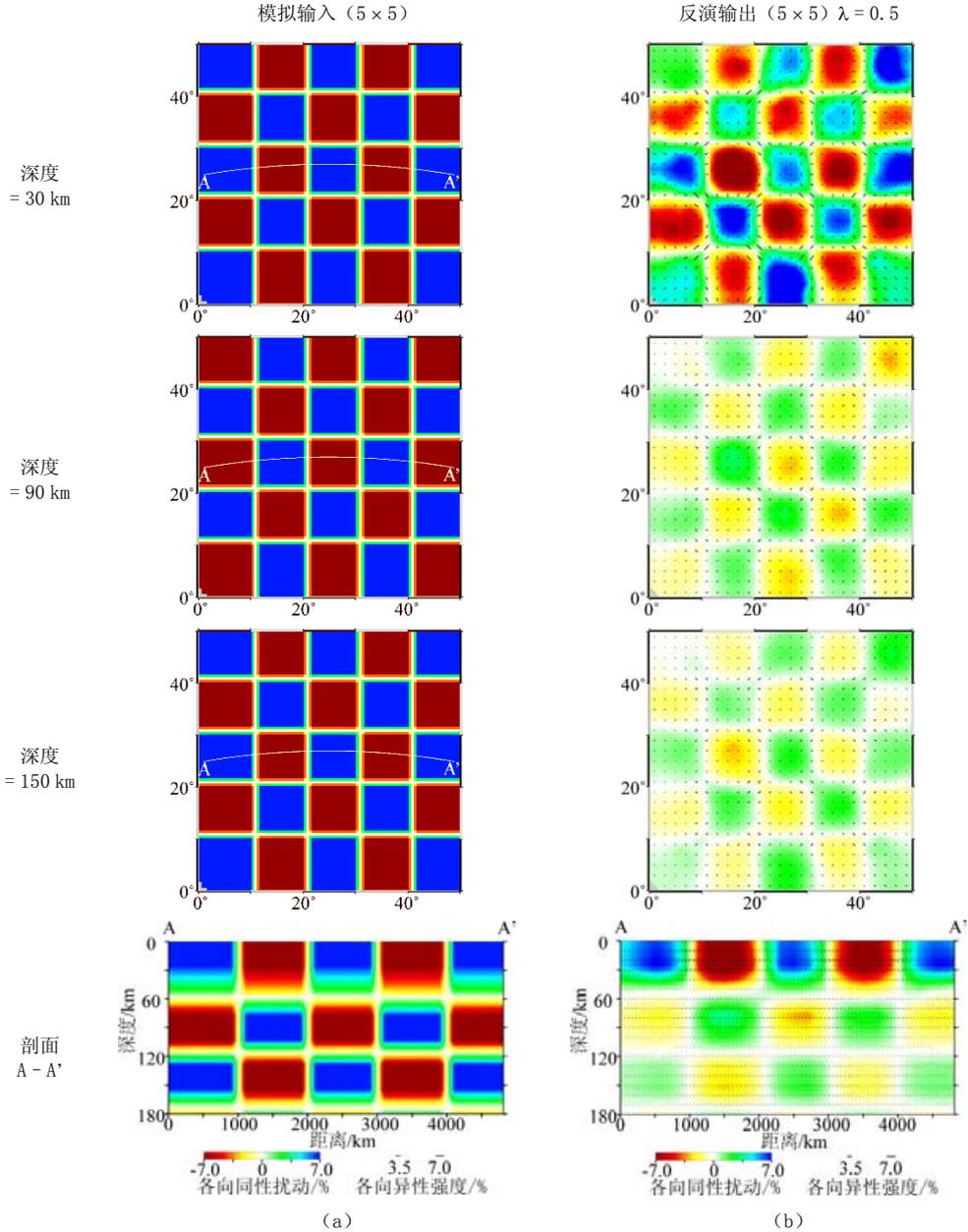
在横向结构均匀区域（红或蓝区中心）能被很好地恢复，而在横向结构非均匀区域（即红蓝转换带）却被明显削弱。这是由于面波对各向同性和各向异性结构的敏感度存在明显的平衡作用（trade-off）。因此在分析三维层析成像中各向异性结果时，应着重关注成片分布、强度较大的区域，而非零星的、强度较弱的区域。



注：(a) 输入模型（各向同性和各向异性异常均不为 0）；(b) 采用平滑权重为 0.5 的反演恢复模型。彩色影像为各向同性横波速度扰动。黑色短线长度表示横波速度各向异性强度，黑色短线方向表示横波快波方位。

图 6 三维横波速度方位各向异性理论模型反演测试结果

Fig.6 Synthetic test results for 3D S-wave anisotropic model



注：(a) 输入模型（只含各向同性异常，各向异性异常为 0）；(b) 采用平滑权重为 0.5 的反演恢复模型。彩色影像是各向同性横波速度扰动。黑色短线长度表示横波速度各向异性强度，黑色短线方向表示横波快波方位。

图 7 三维横波速度方位各向同性理论模型反演测试结果

Fig.7 Synthetic test results for 3D S-wave isotropic model

为了更好地理解各向同性与各向异性之间的平衡作用 (trade-off) 可能引起的结果偏差，我们将图 6 所示检测板测试中的输入模型进行了改动，将输入模型中的各向异性幅值均设置为 0，保留原有的正负交替幅值为 7% 的各向同性异常 (图 7 (a))，然后进行三维方位各向异性层析成像反演。测试结果 (图 7 (b)) 显示：横向结构均匀区域 (检测块体中心部位) 的各向异性幅值均非常小 (小于 0.5%)；横向结构非均匀区域 (红蓝交替) 的区

域存在各向异性幅值被明显增强的现象, 该现象在浅部更为突出 (幅值达到约 3.5%)。所以该测试结果提示: 在实际研究中, 不宜对幅值太小的各向异性结构 (小于 0.5%) 进行解释; 同时需要谨慎对待浅部横向结构非常不均匀区域较强的各向异性特征。

如上所述, 相对于二维加一维的分步反演方法, 本文提出的直接三维横波速度方位各向异性层析成像方法的优势在于方便利用原始观测对三维模型的可靠性直接进行评估。图 8 (a) 显示了三维模型对观测面波频散曲线的拟合情况的一个实例。该观测频散曲线的射线路径与图 3 (a) 中白线所示相同。显然, 不同平滑权重的反演模型明显改善了参考模型对观测的拟合。对所有观测与模型估算值的误差进行均方根统计, 可以得到不同模型与不同周期观测值的均方根误差 (图 8 (b))。虽然在不同权重反演模型对某条单一的观测数据的拟合情况差别并不明显 (图 8 (a) 中绿线和红线), 但对所有数据进行误差统计分析发现, 平滑权重越小, 观测值的均方根误差也越小 ( $\lambda=0.1$ , 图 8 (b) 绿线)。但在实际研究中, 并不是平滑权重越小越好, 因为过小的平滑权重可能产生横向或垂向突变的异常分布, 而这与地球内部通常以平滑渐变结构为主的特征不符, 所以在实际研究中平滑权重通常通过试错法选取。图 8 (b) 显示无论什么平滑权重, 反演模型大大降低了参考模型 (图 8 (b) 蓝线) 对观测值的均方根误差。

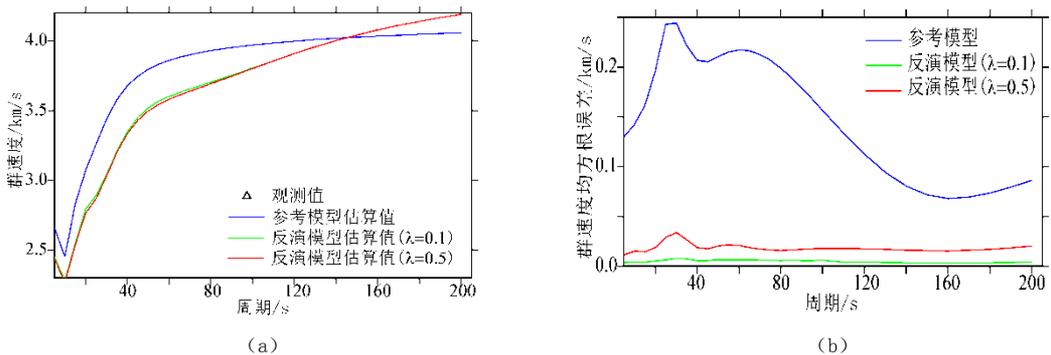


图 8 (a) 三维横波速度模型对观测频散曲线拟合实例, (b) 均方根误差统计

Fig.8 (a) An example of dispersion fitting and (b) root-mean-square misfits for 3D  $V_S$  models

## 5 结论

为了弥补现有二维加一维的分步反演方法在三维横波速度各向异性研究中的不足, 本文基于二维面波层析成像和区域化面波的一维横波速度反演思路, 开发出利用面波频散观测直接进行三维横波速度方位各向异性层析成像的方法, 并编制了相应的正演和反演程序。为了验证算法和程序的有效性, 我们对二维面波层析成像、一维横波速度反演、三维横波速度层析成像方法分别进行了理论模型测试和评估。测试结果显示:

(1) 平滑权重对反演模型中异常分布的平滑程度有明显影响, 大的权重会产生更为平滑的异常分布。对观测数据的拟合误差也有明显影响, 大的权重会增加观测误差, 但对单一数据拟合的影响并不显著。

(2) 三维层析成像方法可以利用原始观测面波 (而不是区域化面波) 的误差分析直接快速评估反演模型, 相对于初始参考模型, 反演模型均能大幅改善对观测面波的拟合 (即

降低误差)。

(3) 反演模型能很好地恢复各向同性速度异常的极性(正负)和分布(位置), 但各向同性速度异常的强度随深度减弱; 反演模型能很好地恢复水平结构均匀区域的各向异性强度和快波方向, 但在水平结构非均匀的过渡带明显减弱。因此, 对最终结果分析时应重点关注异常的极性、分布、相对强弱而非绝对大小。

(4) 各向同性与各向异性的平衡作用(trade-off)可能在横向结构均匀区域产生小于 0.5% 的假各向异性幅值, 在横向结构非均匀区域可能产生显著增强(浅部可达约 3.5%) 的假各向异性幅值, 因此在实际研究中需要谨慎解释高低波速异常过渡带上较大的各向异性特征。理论模型测试结果证明本文展示的三维横波速度方位各向异性层析成像方法可行可靠, 具有很好的实际应用推广价值。

## 参考文献

- [1] CRAMPIN S, ATKINSON B K. Microcracks in the Earth's crust[J]. *First Break*, 1985, 3(3): 16-20.
- [2] 吴国忱. 各向异性介质地震波传播与成像[M]. 北京: 中国石油大学出版社, 2006.  
WU G C. Propagation and imaging of seismic waves in anisotropic media[M]. Beijing: China University of Petroleum Press, 2006. (in Chinese).
- [3] PEACOCK D C P, SANDERSON D J. Effects of layering and anisotropy on fault geometry[J]. *Journal of the Geological Society*, 1992, 149(5): 793-802.
- [4] LEARY P, CRAMPIN S, Mc EVILLY T. Seismic fracture anisotropy in the Earth's Crust: An overview[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1990, 951: 11105-11114.
- [5] CAI Y, WU J P, FANG L H, et al. Crustal anisotropy and deformation of the southeastern margin of the Tibetan Plateau revealed by Pms splitting[J]. *Journal of Asian Earth Sciences*, 2016, 121: 120-126.
- [6] MAHER S, KENDALL J M. Crustal anisotropy and state of stress at Uturuncu Volcano, Bolivia, from shear-wave splitting measurements and magnitude-frequency distributions in seismicity[J]. *Earth and Planetary Science Letters*, 2018, 495: 38-49.
- [7] CARA M. Seismic anisotropy[J]. *International Geophysics*, 2002, 81: 875-885.
- [8] ACCARDO N J, WIENS D A, HERNANDEZ S, et al. Upper mantle seismic anisotropy beneath the West Antarctic Rift System and surrounding region from shear wave splitting analysis[J]. *Geophysical Journal International*, 2014, 198(1): 414-429.
- [9] ASSUMPÇÃO M, HEINTZ M, VAUCHEZ A, et al. Upper mantle anisotropy in SE and Central Brazil from SKS splitting: Evidence of asthenospheric flow around a cratonic keel[J]. *Earth and Planetary Science Letters*, 2006, 250(1): 224-240.
- [10] HU J S, FACCENDA ME, LIU L J. Subduction-controlled mantle flow and seismic anisotropy in South America[J]. *Earth and Planetary Science Letters*, 2017, 470: 13-24.
- [11] MAGGI A, DEBAYLE E, PRIESTLEY K, et al. Azimuthal anisotropy of the Pacific region[J]. *Earth and Planetary Science Letters*, 2006, 250(1): 53-71.
- [12] 强正阳 吴庆举. 中国东北地区北部上地幔各向异性及其动力学意义[J]. *地球物理学报*, 2015, 58(10): 3540-3552.  
QIANG Z Y, WU Q J. Upper mantle anisotropy beneath the north of northeast China and its dynamic significance[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2015, 58(10): 3540-3552. (in Chinese).
- [13] 高原, 吴晶, 易桂喜, 等. 从壳幔地震各向异性初探华北地区壳幔耦合关系[J]. *科学通报*, 2010, 55(29): 2837-2843.  
GAO Y, WU J, YI G X, et al. Crust-mantle coupling in North China: Preliminary analysis from seismic anisotropy[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2010, 55(29): 2837-2843. (in Chinese).
- [14] QIANG Z Y, WU Q J, LI Y H, et al. Complicated seismic anisotropy beneath south-central Mongolia and its geodynamic implications[J]. *Earth and Planetary Science Letters*, 2017, 465: 126-133.
- [15] 王椿镛, 常利军, 丁志峰, 等. 中国大陆上地幔各向异性及壳幔变形模式[J]. *中国科学: 地球科学*, 2014, 44(1): 98-110.  
WANG C Y, CHANG L J, DING Z F, et al. Upper mantle anisotropy and crust-mantle deformation pattern beneath the Chinese mainland[J]. *Science China: Earth Sciences*, 2014, 44(1): 98-110. (in Chinese).
- [16] 王椿镛, 常利军, 吕智勇, 等. 青藏高原东部上地幔各向异性及相关的壳幔耦合型式[J]. *中国科学 D 辑*, 2007, 37(4): 495-503.

- WANG C Y, CHANG L J, LV Z Y, et al. Anisotropy of upper mantle and related crust-mantle coupling in the eastern Tibetan Plateau[J]. *Science China: Series D*, 2007, 37(4): 495-503. (in Chinese).
- [17] 丁志峰, 曾融生. 青藏高原横波分裂的观测研究[J]. *地球物理学报*, 1996, 39(2): 211-220.  
DING Z F, ZENG R S. Observation and study of shear wave anisotropy in Tibetan Plateau[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 1996, 39(2): 211-220. (in Chinese).
- [18] HUANG H, YAO H J, van der HILST R D. Radial anisotropy in the crust of SE Tibet and SW China from ambient noise interferometry[J]. *Geophysical Research Letters*, 2010, 37: L21310.
- [19] YANG X Z, LUO Y H, XU H R, et al. Shear wave velocity and radial anisotropy structures beneath the central Pacific from surface wave analysis of OBS records[J]. *Earth and Planetary Science Letters*, 2020, 534: 116086.
- [20] MONTAGNER J P, NATAF H C. A simple method for inverting the azimuthal anisotropy of surface waves[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1986, 91(B1): 511-520.
- [21] MARONE F, ROMANOWICZ B. The depth distribution of azimuthal anisotropy in the continental upper mantle[J]. *Nature*, 2007, 447: 198.
- [22] LIN F C, RITZWOLLER M H., YANG Y J, et al. Complex and variable crustal and uppermost mantle seismic anisotropy in the western United States[J]. *Nature Geoscience*, 2010, 4: 55.
- [23] YAO H J, van der HILST R D, Montagner J P. Heterogeneity and anisotropy of the lithosphere of SE Tibet from surface wave array tomography[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2010, 115(B12).
- [24] YAO H J. A method for inversion of layered shear wavespeed azimuthal anisotropy from Rayleigh wave dispersion using the Neighborhood Algorithm[J]. *Earthquake Science*, 2015, 28(1): 59-69.
- [25] 李爽, 冯梅, 安美建, 等. 秦岭及周边地区瑞雷波方位各向异性[J]. *地震学报*, 2014, 36(4): 531-545.  
LI S, FENG M, AN M J, et al. Azimuthal anisotropy of Rayleigh wave in Qinling and its adjacent areas[J]. *Acta Seismologica Sinica*, 2014, 36(4): 531-545. (in Chinese).
- [26] 鲁来玉, 何正勤, 丁志峰, 等. 基于背景噪声研究云南地区面波速度非均匀性和方位各向异性[J]. *地球物理学报*, 2014, 57(3): 822-836.  
LU L Y, HE Z Q, DING Z F, et al. Azimuth anisotropy and velocity heterogeneity of Yunnan area based on seismic ambient noise[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2014, 57(3): 822-836. (in Chinese).
- [27] 王琼, 高原. 基于背景噪声研究青藏高原东北缘瑞利波相速度和方位各向异性[J]. *地球物理学报*, 2018, 61(7): 2760-2775.  
WANG Q, GAO Y. Rayleigh wave phase velocity and azimuthal anisotropy in the northeastern margin of the Tibetan plateau derived from seismic ambient noise[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2018, 61(7): 2760-2775. (in Chinese).
- [28] GUO Z, GAO X, YAO H J, et al. Depth variations of azimuthal anisotropy beneath the Tian Shan Mt range (NW China) from ambient noise tomography[J]. *Journal of Asian Earth Sciences*, 2017, 138: 161-172.
- [29] LIU C M, YAO H J, YANG H Y, et al. Direct inversion for three - dimensional shear wave speed azimuthal anisotropy based on surface wave ray tracing: Methodology and application to Yunnan, southwest China[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2019, 124: 11394-11413.
- [30] SMITH M L, DAHLEN F A. The azimuthal dependence of Love and Rayleigh wave propagation in a slightly anisotropic medium[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1973, 78(17): 3321-3333.
- [31] 冯梅, 赵文津, 薛光琦, 等. 柴达木盆地东缘和祁连造山带中段地震面波层析成像[J]. *国际地震动态*, 2014, 421: 6-14.  
FENG M, ZHAO W J, XUE G Q, et al. Surface wave tomography across the eastern margin of the Qaidam basin and central Qilian orogen[J]. *Recent Developments in World Seismology*, 2014, 421: 6-14. (in Chinese).
- [32] PAIGE C C, SAUNDERS M A. Algorithm 583-LSQR: Sparse linear equations and least-squares problems[J]. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 1982, 8(2): 195-209.
- [33] PAIGE C C, SAUNDERS M A. LSQR: An algorithm for sparse linear equations and sparse least squares[J]. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 1982, 8(1): 43-71.
- [34] Takeuchi H., Saito M. Seismic surface waves[J]. *Methods in Computational Physics: Advances in Research and Applications*, 1972, 11: 217-295.
- [35] OJO A O, NI S D, CHEN H P, et al. Crust-mantle coupling mechanism in Cameroon, West Africa, revealed by 3D S-wave velocity and azimuthal anisotropy[J]. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 2018, 274: 195-213.
- [36] LASKE G, MA Z T, MASTERS G, et al. A new global crustal model at 1×1 degrees[DB/OL]. (2013-07-15) [2019-06-22]. <http://igppweb.ucsd.edu/~gabi/crust1.html>.
- [37] KENNETT B L N, ENGD AHL E R. *Traveltimes for global earthquake location and phase*

- identification[J]. *Geophysical Journal International*, 1991, 105: 429–465.
- [38] LIN F C, RITZWOLLER M H. Helmholtz surface wave tomography for isotropic and azimuthally anisotropic structure[J]. *Geophysical Journal International*, 2011, 186(3): 1104–1120.
- [39] HERRMANN R B. Computer programs in seismology: An evolving tool for instruction and research[J]. *Seismological Research Letters*, 2013, 84(6): 1081–1088.
- [40] FANG H J, YAO H J, ZHANG H J, et al. Direct inversion of surface wave dispersion for three-dimensional shallow crustal structure based on ray tracing: Methodology and application[J]. *Geophysical Journal International*, 2015, 201(3): 1251–1263.

## Method on 3D Tomography of S-wave Velocity Azimuthal Anisotropy by Using Surface-wave Dispersion Curves

FENG Mei<sup>✉</sup>, AN Meijian

(Chinese Academy of Geological Sciences, Beijing 100037, China)

**Abstract:** Seismic anisotropy is one of the important indicators reflecting internal medium character of the Earth. The commonly used shear wave splitting method and two-dimensional (2D) tomography of surface-wave azimuthal anisotropy are difficult to accurately reflect the change in anisotropy with depth. Converting the period-dependent regionalized surface-wave azimuthal anisotropy into depth-dependent one-dimensional (1D) S-wave velocity azimuthal anisotropy is one way to make up for the lack of depth information. The existing researches on three-dimensional (3D) S-wave velocity anisotropy are normally implemented by a two-step method including period-by-period 2D tomography of surface-wave azimuthal anisotropy and grid-by-grid 1D inversions for S-wave velocity anisotropy. This stepwise method is neither conducive to the use of 3D a priori constraints, nor conducive to the direct evaluation of the inverted 3D model by checking misfit of original observational data. Therefore, we developed a method on 3D tomography of S-wave velocity azimuthal anisotropy by using surface-wave dispersion curves and implemented the relative forward and inversion programs. In order to check the effectiveness of the methods and procedures, we conducted synthetic tests for regularly distributed checkerboard models. Test results show that: this method can well recover 3D structural information such as isotropic velocity anomalies, relative anisotropic intensity, and fast wave direction; the inverted model significantly improves the fit and reduces the misfit to the observation data compared to the reference model. However, given an isotropic synthetic model, the 3D anisotropic inversion can result in <0.5% of false anisotropy in homogenous areas, and the false anisotropy increases for strongly heterogeneous areas, reaches up to 3.5% at shallow depths. So, in practical studies, interpretation on anisotropy in strongly heterogeneous area (especially at shallow depths) must be cautiously treated.

**Keywords:** surface-wave dispersion curves; azimuthal anisotropy; S-wave velocity; 3D tomography



**作者简介:** 冯梅<sup>✉</sup> (1977—), 女, 巴西圣保罗大学地球物理系博士毕业, 中国地质科学院研究员, 主要从事天然地震层析成像方法与应用研究, Tel: 010-86411759, E-mail: mei\_feng\_cn@163.com.